MPNaukari.in

MP Board Class 10 Mathematics Practice Set – 4

बोर्ड परीक्षा की तैयारी के लिए अंतिम अभ्यास प्रश्न पत्र (NCERT / MPBSE Pattern)

कक्षा: 10वीं (Class 10th) **विषय:** गणित (Mathematics) **पूर्णांक (Max Marks):** 75

समय: 3 घण्टे **माध्यम:** हिंदी & English Medium **सेट:** Final Practice Set – 04

सामान्य निर्देश (General Instructions):

- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं (All questions are compulsory).
- प्रश्न क्रमांक 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न (Objective Type Questions) हैं, जिनके कुल 30 अंक हैं।
- प्रश्न क्रमांक 6 से 13 तक प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है (Short Answer Type).
- प्रश्न क्रमांक 14 से 17 तक प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है।
- प्रश्न क्रमांक 18 से 21 तक प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है (Long Answer Type).
- स्वच्छ एवं नामांकित चित्र जहाँ आवश्यक हो, अवश्य बनाएँ।

PART A: वस्तुनिष्ठ प्रश्न (Objective Questions)

कुल अंक: 30 (प्रत्येक उप-प्रश्न 1 अंक)

प्र.1 सही विकल्प चुनकर लिखिए (Choose the correct option): **[6 × 1 = 6 Marks]**

1. 140 को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त करने पर प्राप्त होता है:

(A) $2 \times 3^2 \times 5$ (B) $2^2 \times 5 \times 7$

(C) $2^3 \times 3 \times 7$ (D) $2 \times 5^2 \times 7$

2. द्विघात समीकरण $\mathbf{2x^2 - 5x + 3 = 0}$ के मूलों का योगफल होता है:

(A) 5/2 (B) -5/2

(C) 3/2 (D) -3/2

3. यदि A.P. का पहला पद a = -2 और सार्व अंतर d = 0 है, तो A.P. के प्रथम चार पद होंगे:

(A) -2, 0, 2, 4 (B) -2, -4, -6, -8

(C) -2, -2, -2, -2 (D) -2, -1, 0, 1

4. दो समरूप त्रिभुजों ΔABC और ΔDEF में यदि AB/DE = BC/EF = AC/DF = 1/2 हो, तो उनके परिमापों का अनुपात होगा:

(A) 1 : 4 (B) 1 : 2

(C) 2 : 1 (D) 4 : 1

5. बिंदु (-3, 5) की y-अक्ष से दूरी होगी:

(A) -3 (B) 5

(C) 3 (D) √34

6. यदि $\mathbf{\tan\theta = 3/4}$ हो, तो $\mathbf{\sin\theta}$ का मान होगा:

(A) 4/5 (B) 3/5

(C) 4/3 (D) 5/3

प्र.2 रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (Fill in the blanks): **[6 × 1 = 6 Marks]**

1. संख्या $\mathbf{5 - \sqrt{3}}$ एक ..... संख्या है। (परिमेय / अपरिमेय)
2. चर x के बहुपद p(x) में x की उच्चतम घात बहुपद की ..... कहलाती है।
3. किसी वृत्त की स्पर्श रेखा उसे ..... बिंदु पर प्रतिच्छेद करती है। (एक / दो)
4. यदि किसी A.P. का nवाँ पद $\mathbf{a_n = 3 + 4n}$ हो, तो इसका पहला पद ..... होगा।
5. गोले का आयतन (Volume of Sphere) ज्ञात करने का सूत्र ..... होता है।
6. प्रायिकता का न्यूनतम मान ..... होता है।

प्र.3 सत्य / असत्य लिखिए (Write True or False): **[6 × 1 = 6 Marks]**

1. यदि किसी द्विघात समीकरण का विविक्तकर ऋणात्मक (D < 0) हो, तो उसके मूल वास्तविक नहीं होते।
2. प्रत्येक समांतर श्रेणी एक परिमित श्रेणी होती है।
3. बिंदुओं (a, b) और (-a, -b) के बीच की दूरी $\mathbf{2\sqrt{(a^2 + b^2)}}$ होती है।
4. $\mathbf{\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1}$ होता है।
5. समान त्रिज्या वाले दो गोलों के आयतनों का अनुपात 1 : 1 होता है।
6. माध्य को संचयी बारंबारता वक्र (ओजीव) द्वारा आलेखीय रूप से प्राप्त किया जा सकता है।

प्र.4 सही जोड़ी मिलाइए (Match the Column): **[6 × 1 = 6 Marks]**

स्तंभ 'A' (Column A)	स्तंभ 'B' (Column B)
1. **cos 60°**	(a) **0**
2. **tan 45°**	(b) **1 / 2**
3. **sin (90° - θ)**	(c) **1**
4. **cot 90°**	(d) **cos θ**
5. **1 + tan² 45°**	(e) **√3**
6. **tan 60°**	(f) **2**

प्र.5 एक शब्द / वाक्य में उत्तर दीजिए (Answer in one word/sentence): **[6 × 1 = 6 Marks]**

1. संख्याओं 6, 20 का अभाज्य गुणनखंड विधि से HCF लिखिए।
2. रैखिक समीकरण **y = mx + 3** में यदि **x = -2** तथा **y = 5** हो, तो m का मान क्या होगा?
3. दो वृत्तों की त्रिज्याएँ क्रमशः 8 cm और 6 cm हैं। उस वृत्त की त्रिज्या क्या होगी जिसका क्षेत्रफल इन दोनों वृत्तों के क्षेत्रफलों के योग के बराबर हो?
4. वृत्त के किसी चाप द्वारा केंद्र पर अंतरित कोण θ और त्रिज्या r वाले त्रिज्यखंड के चाप की लंबाई (Length of arc) का सूत्र लिखिए।
5. शंकु के छिन्नक (Frustum of Cone) या शंकु के वक्र पृष्ठ का सूत्र लिखिए।
6. किसी निश्चित घटना की प्रायिकता और असंभव घटना की प्रायिकता का अंतर क्या होगा?

PART B: अति लघु उत्तरीय प्रश्न (Short Answer Questions)

प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है (Each question carries 2 Marks)

प्र.6 व्याख्या कीजिए कि 7 × 11 × 13 + 13 एक भाज्य संख्या क्यों है? **[2 Marks]**

(Explain why 7 × 11 × 13 + 13 is a composite number.)

प्र.7 एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यकों का योग √2 तथा गुणनफल 1/3 है। **[2 Marks]**

(Find a quadratic polynomial with sum of zeroes √2 and product of zeroes 1/3.)

प्र.8 द्विघात समीकरण $3x^2 - 2x + 1/3 = 0$ का विविक्तकर (Discriminant) ज्ञात कीजिए और मूलों की प्रकृति बताइए। **[2 Marks]**

(Find discriminant of quadratic equation $3x^2 - 2x + 1/3 = 0$ and state nature of roots.)

प्र.9 प्रथम 100 धनात्मक पूर्णांकों (Positive integers) का योग ज्ञात कीजिए। **[2 Marks]**

(Find the sum of first 100 positive integers.)

प्र.10 x-अक्ष पर स्थित उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं A(2, -5) और B(-2, 9) से समान दूरी पर नहीं, बल्कि बिंदु P(x, 7) और Q(1, 15) की बीच की दूरी 10 मात्रक हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए। **[2 Marks]**

(Find value of x if distance between points P(x, 7) and Q(1, 15) is 10 units.)

प्र.11 यदि 15 cot A = 8 हो, तो sin A और sec A का मान परिकलित कीजिए। **[2 Marks]**

(Given 15 cot A = 8, calculate sin A and sec A.)

प्र.12 15 m भुजा वाले एक वर्गाकार घास के मैदान के एक कोने पर लगे खूँटे से एक घोड़े को 5 m लंबी रस्सी से बाँध दिया गया है। मैदान के उस भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जहाँ घोड़ा घास चर सकता है। (π = 3.14) **[2 Marks]**

(A horse is tied to a peg at one corner of a square grass field of side 15 m by 5 m long rope. Find area of that part where horse can graze.)

प्र.13 एक थैले में 3 लाल और 5 काली गेंदे हैं। इस थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। इसकी प्रायिकता क्या है कि गेंद (i) लाल हो? (ii) लाल नहीं हो? [2 Marks]

(A bag contains 3 red balls and 5 black balls. A ball is drawn at random. What is probability that ball is (i) red? (ii) not red?)

PART C: लघु उत्तरीय प्रश्न (Long Answer Questions - 3 Marks)

प्रत्येक प्रश्न 3 अंक का है (Each question carries 3 Marks)

प्र.14 सिद्ध कीजिए कि 1 / √2 एक अपरिमेय संख्या है। [3 Marks]

(Prove that 1 / √2 is an irrational number.)

प्र.15 5 संतरे और 3 सेबों का मूल्य ₹ 35 है तथा 2 संतरे और 4 सेबों का मूल्य ₹ 28 है। एक संतरा और एक सेब का मूल्य ज्ञात कीजिए। [3 Marks]

(Cost of 5 oranges and 3 apples is ₹ 35 and 2 oranges and 4 apples is ₹ 28. Find cost of one orange and one apple.)

प्र.16 सिद्ध कीजिए कि वृत्त के व्यास के सिरों पर खींची गई स्पर्श रेखाएँ समांतर होती हैं। [3 Marks]

(Prove that tangents drawn at the ends of a diameter of a circle are parallel.)

प्र.17 बिंदुओं (4, -1) और (-2, -3) को जोड़ने वाले रेखाखंड को समत्रिभाजित (Trisect) करने वाले बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए। [3 Marks]

(Find coordinates of points of trisection of line segment joining (4, -1) and (-2, -3).)

PART D: दीर्घ उत्तरीय प्रश्न (Long Answer Questions - 4 Marks)

प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है (Each question carries 4 Marks)

प्र.18 दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 365 हो। [4 Marks]

(Find two consecutive positive integers, sum of whose squares is 365.)

प्र.19 एक बहुमंजिला भवन के शिखर से देखने पर एक 8 m ऊँचे भवन के शिखर और तल के अवनमन कोण क्रमशः 30° और 45° हैं। बहुमंजिला भवन की ऊँचाई और दोनों भवनों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए। [4 Marks]

(From top of a multi-storeyed building, angles of depression of top and bottom of an 8 m tall building are 30° and 45°. Find height of multi-storeyed building and distance between buildings.)

प्र.20 एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है जिनकी त्रिज्याएँ 1 cm हैं तथा शंकु की ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस ठोस का आयतन π के पदों में ज्ञात कीजिए। [4 Marks]

(A solid is in shape of a cone standing on a hemisphere with both radii equal to 1 cm and height of cone equal to its radius. Find volume of solid in terms of π.)

प्र.21 निम्नलिखित बारंबारता बंटन सारणी का माध्यक (Median) ज्ञात कीजिए: [4 Marks]

वर्ग अंतराल (Class Interval)	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
बारंबारता (Frequency, f_i)	5	8	20	15	7

उत्तरमाला एवं विस्तृत समाधान (Answer Key & Detailed Solutions)

Part A: वस्तुनिष्ठ प्रश्नों के उत्तर (Objective Answers)

प्र.1 सही विकल्प के उत्तर:
1. (B) $2^2 \times 5 \times 7$ | 2. (A) 5/2 | 3. (C) -2, -2, -2, -2 | 4. (B) 1 : 2 | 5. (C) 3 | 6. (B) 3/5

प्र.2 रिक्त स्थान के उत्तर:
1. अपरिमेय | 2. घात (Degree) | 3. एक (1) | 4. 7 | 5. $(4/3)\ \pi r^3$ | 6. 0 (शून्य)

प्र.3 सत्य / असत्य के उत्तर:
1. सत्य (True) | 2. असत्य (False - अनंत भी हो सकती है) | 3. सत्य (True) | 4. सत्य (True) | 5. सत्य (True) | 6. असत्य (False - ओजीव से माध्यक प्राप्त होता है)

प्र.4 सही जोड़ी का मिलान:
1 - (b) 1 / 2 | 2 - (c) 1 | 3 - (d) $\cos\theta$ | 4 - (a) 0 | 5 - (f) 2 | 6 - (e) $\sqrt{3}$

प्र.5 एक शब्द / वाक्य उत्तर:
1. HCF(6, 20) = 2 | 2. m = -1 | 3. $R = \sqrt{(8^2 + 6^2)} = 10$ cm | 4. $l = (\theta / 360°) \times 2\pi r$ | 5. CSA $= \pi(r_1 + r_2)l$ | 6. 1 - 0 = 1

Part B & C & D: विस्तृत हल (Step-by-step Solutions)

हल प्र.6 (भाज्य संख्या की व्याख्या):

$7 \times 11 \times 13 + 13 = 13 \times (7 \times 11 + 1) = 13 \times (77 + 1) = 13 \times 78 = 13 \times 13 \times 6$
चूँकि इसके 1 और स्वयं के अतिरिक्त अन्य अभाज्य गुणनखंड (13, 2, 3) मौजूद हैं, अतः यह एक भाज्य संख्या है।

उत्तर: यह एक भाज्य (Composite) संख्या है।

हल प्र.7 (द्विघात बहुपद):

$\alpha + \beta = \sqrt{2}$, $\alpha\beta = 1/3$
बहुपद सूत्र = $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = x^2 - \sqrt{2}\,x + 1/3$
3 से गुणा करने पर मानक रूप: $3x^2 - 3\sqrt{2}\,x + 1$

उत्तर: $3x^2 - 3\sqrt{2}\,x + 1$

हल प्र.8 (विविक्तकर एवं मूलों की प्रकृति):

$3x^2 - 2x + 1/3 = 0 \Rightarrow a = 3, b = -2, c = 1/3$
$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(3)(1/3) = 4 - 4 = 0$
चूँकि $D = 0$ है, अतः दोनों मूल वास्तविक और समान (बराबर) हैं।

उत्तर: D = 0 (मूल वास्तविक एवं समान हैं)

हल प्र.9 (प्रथम 100 धनात्मक पूर्णांकों का योग):

$n = 100, a = 1, l = 100$
$S_n = n(a + l) / 2 = 100 \times (1 + 100) / 2 = 50 \times 101 = 5050$

उत्तर: योग = 5050

हल प्र.10 (दूरी सूत्र द्वारा x का मान):

$PQ = 10 \Rightarrow PQ^2 = 100$
$(1 - x)^2 + (15 - 7)^2 = 100 \Rightarrow (1 - x)^2 + 8^2 = 100$
$(1 - x)^2 + 64 = 100 \Rightarrow (1 - x)^2 = 36$
$1 - x = \pm 6 \Rightarrow 1 - x = 6$ ($x = -5$) तथा $1 - x = -6$ ($x = 7$)

उत्तर: x = 7 या x = -5

हल प्र.11 (त्रिकोणमितीय अनुपात):

$15 \cot A = 8 \Rightarrow \cot A = 8/15 =$ आधार/लंब (B/P)
कर्ण $H = \sqrt{(P^2 + B^2)} = \sqrt{(15^2 + 8^2)} = \sqrt{(225 + 64)} = \sqrt{289} = 17$
$\sin A = P/H = 15/17$
$\sec A = H/B = 17/8$

उत्तर: sin A = 15/17, sec A = 17/8

हल प्र.12 (घोड़े द्वारा चरे जा सकने वाले क्षेत्र का क्षेत्रफल):

वर्गाकार कोने का कोण $\theta = 90°$, रस्सी की लंबाई $r = 5$ m
त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल $= (\theta / 360°) \times \pi r^2 = (90° / 360°) \times 3.14 \times (5)^2$
$= (1 / 4) \times 3.14 \times 25 = 78.5 / 4 = 19.625$ m²

उत्तर: क्षेत्रफल = 19.625 m²

हल प्र.13 (प्रायिकता):

कुल गेंदें $n(S) = 3 + 5 = 8$
(i) P(लाल) = 3 / 8
(ii) P(लाल नहीं) = 1 - P(लाल) = 1 - 3/8 = 5 / 8

उत्तर: (i) 3/8, (ii) 5/8

हल प्र.15 (1 संतरा और 1 सेब का मूल्य):

माना 1 संतरा = ₹ x, 1 सेब = ₹ y
5x + 3y = 35 --- (i)
2x + 4y = 28 ⇒ x + 2y = 14 ⇒ x = 14 - 2y --- (ii)
x का मान (i) में रखने पर: 5(14 - 2y) + 3y = 35 ⇒ 70 - 10y + 3y = 35
-7y = -35 ⇒ y = 5
x = 14 - 2(5) = 14 - 10 = 4

उत्तर: 1 संतरा = ₹ 4, 1 सेब = ₹ 5

हल प्र.17 (समत्रिभाजन के निर्देशांक):

A(4, -1) और B(-2, -3)
बिंदु P (1:2 अनुपात): x = [1(-2) + 2(4)] / (1 + 2) = (-2 + 8)/3 = 6/3 = 2
y = [1(-3) + 2(-1)] / (1 + 2) = (-3 - 2)/3 = -5/3 ⇒ P(2, -5/3)
बिंदु Q (2:1 अनुपात): x = [2(-2) + 1(4)] / 3 = 0/3 = 0
y = [2(-3) + 1(-1)] / 3 = (-6 - 1)/3 = -7/3 ⇒ Q(0, -7/3)

उत्तर: बिंदु P(2, -5/3) तथा Q(0, -7/3)

हल प्र.18 (दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक):

माना धनात्मक पूर्णांक x और (x + 1) हैं।
$x^2 + (x + 1)^2 = 365 \Rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = 365$
$2x^2 + 2x - 364 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 182 = 0$
$x^2 + 14x - 13x - 182 = 0 \Rightarrow (x + 14)(x - 13) = 0$
चूँकि x धनात्मक है, x = 13। द्वितीय संख्या = 13 + 1 = 14

उत्तर: पूर्णांक = 13 और 14

हल प्र.19 (बहुमंजिला भवन की ऊँचाई एवं दूरी):

माना बहुमंजिला भवन की ऊँचाई H मीटर तथा दूरी d मीटर है।
छोटे भवन की ऊँचाई h = 8 m
निचले त्रिभुज से (अवनमन कोण 45°): tan 45° = H / d ⇒ d = H
ऊपरी त्रिभुज से (अवनमन कोण 30°): tan 30° = (H - 8) / d
$1/\sqrt{3} = (H - 8) / H \Rightarrow H = \sqrt{3}H - 8\sqrt{3}$
$H(\sqrt{3} - 1) = 8\sqrt{3} \Rightarrow H = 8\sqrt{3} / (\sqrt{3} - 1)$
परिमेयीकरण करने पर: $H = 8\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1) / 2 = 4\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1) = 12 + 4\sqrt{3}$ m ≈ 18.93 m

उत्तर: ऊँचाई = d = (12 + 4√3) m ≈ 18.93 m

हल प्र.20 (ठोस का आयतन π के पदों में):

r = 1 cm, शंकु की ऊँचाई h = 1 cm

आयतन = शंकु का आयतन + अर्धगोले का आयतन

$= (1/3)\pi r^2 h + (2/3)\pi r^3$

$= (1/3)\pi(1)^2(1) + (2/3)\pi(1)^3 = (1/3)\pi + (2/3)\pi = (3/3)\pi = \pi \text{ cm}^3$

उत्तर: आयतन = π cm³

हल प्र.21 (माध्यक / Median ज्ञात करना):

वर्ग अंतराल	बारंबारता (f_i)	संचयी बारंबारता (cf)
0 - 10	5	5
10 - 20	8	13
20 - 30	20	33
30 - 40	15	48
40 - 50	7	55

N = 55 ⇒ N/2 = 27.5। माध्यक वर्ग = 20 - 30

l = 20, cf = 13, f = 20, h = 10

Median = l + [(N/2 - cf) / f] × h

= 20 + [(27.5 - 13) / 20] × 10 = 20 + (14.5 / 2) = 20 + 7.25 = 27.25

उत्तर: माध्यक (Median) = 27.25